

Report Series



Semi-Parametrische Marktanteilsmodellierung

Harald Hruschka

Report No. 44
März 2000

Report Series



März 2000

SFB
'Adaptive Information Systems and Modelling in Economics and
Management Science'

Vienna University of Economics
and Business Administration
Augasse 2–6, 1090 Wien, Austria

in cooperation with
University of Vienna
Vienna University of Technology

<http://www.wu-wien.ac.at/am>

Papers published in this report series
are preliminary versions of journal articles
and not for quotations.

This paper was accepted for publication in:
Zeitschrift für Betriebswirtschaft

This piece of research was supported by the Austrian Science
Foundation (FWF) under grant SFB#010 ('Adaptive Information Systems
and Modelling in Economics and Management Science').

Überblick

Bei den im Marketing zur Analyse von Marktanteilen eingesetzten Attraktivitätsmodellen handelt es sich ausnahmslos um parametrische Modelle, die eine strikte Funktionsform unterstellen. Dieser Beitrag konzipiert Attraktivitäten als semi-parametrische additive Modelle, deren parametrischer Teil algebraisch einer multiplikativen oder exponentiellen Funktion entspricht. Der nicht-parametrische Teil besteht aus adaptiven nichtlinearen Funktionen für metrische Prädiktoren. Die Schätzung der parametrischen Modelle wird als Kleinstquadratproblem, jene der semi-parametrischen Modelle als restringiertes Kleinstquadratproblem formuliert. Letzteres berücksichtigt neben der Anpassungsgüte die Glätte der nichtlinearen Funktionen. Im Rahmen einer empirischen Untersuchung lassen sich die Effekte von Marketing-Instrumenten mit Hilfe semi-parametrischer Modelle mit höherer Genauigkeit messen. Daher sind auch die Entscheidungsimplikationen dieser Modelle zuverlässiger. Sie unterscheiden sich von jenen, die auf Grundlage der parametrischen Modelle bestimmt werden, und sind mit Gewinnsteigerungen verbunden.

A. Markenattraktivität

Marktanteile der Marken einer Produktlinie gehören zu den zentralen Zielinhalten der Marketing-Planung von Unternehmen. Entscheidungen über das Marketing-Mix einer Marke erfordern Informationen über die Effekte der Marketing-Instrumente sowohl für die eigene als auch für Konkurrenzmarken. Derartige Informationen lassen sich mit Hilfe von Marktanteilsmodellen gewinnen, die in der Marktforschungspraxis häufig eingesetzt werden. Von anderen Marktanteilsmodellen (mit z.B. linearer oder multiplikativer Funktionsform) unterscheiden sich Attraktivitätsmodelle durch die Eigenschaft der logischen Konsistenz (Naert/Bultez, 1973, McGuire/Weiss/Houston, 1977), die sicherstellt, daß

1. die geschätzten Marktanteile zwischen Null und Eins liegen;
2. die Summe der geschätzten Marktanteile Eins ist.

Bei Attraktivitätsmodellen ergibt sich der Marktanteil MS_{it} der Marke i als Quotient aus der Attraktivität A_{it} dieser Marke zur Summe der Attraktivitäten A_{jt} mit $j = 1, J$ und $t = 1, T$ aller J Marken inklusive Marke i , die zusammen den betrachteten Markt bilden, wobei t den Periodenindex bezeichnet (Cooper/Nakanishi, 1988, Lilien/Kotler/Moorthy, 1992, Hruschka, 1996):

$$MS_{it} = \frac{A_{it}}{\sum_j A_{jt}} \quad (1)$$

Attraktivitätsmodelle basieren auf dem Marktanteilstheorem von Bell, Keeney und Little (1975), das folgende Annahmen umfaßt:

- Jede Marke weist eine Attraktivität auf.
- Attraktivitäten sind nicht-negativ und ihre Summe ist größer als Null.
- Eine Marke mit einer Attraktivität von Null besitzt einen Marktanteil von Null.
- Marken mit gleichen Attraktivitäten haben gleiche Marktanteile.
- Der Marktanteil einer Marke wird in gleicher Weise beeinflusst, gleichgültig bei welcher anderen Marke sich die Attraktivität um einen bestimmten Betrag ändert.

Die drei Hauptformen von Attraktivitätsmodellen sind Modelle mit konstanten Effekten, Modelle mit markenspezifischen Effekten bzw. Modelle mit Kreuzeffekten. Bei Attraktivitätsmodellen mit konstanten Effekten sind die Koeffizienten aller Marken mit Ausnahme von markenspezifischen Konstanten gleich. Diese einfache Modellform postuliert also gleiche Effekte von Marketing-Instrumenten oder anderen Prädiktoren jeder Marke auf die Markenattraktivität.

Bei Modellen mit markenspezifischen Effekten hängen die Koeffizienten eines Prädiktors von der jeweiligen Marke ab. Sowohl bei Modellen mit konstanten Effekten als auch bei Modellen mit markenspezifischen Effekten wird die Attraktivität einer Marke nur von eigenen Marketing-Instrumenten beeinflusst. Modelle mit Kreuzeffekten erlauben dagegen, daß sich auch Instrumente anderer Marken auf die Attraktivität einer Marke auswirken.

Allgemeine Attraktivitätsmodelle mit markenspezifischen Effekten (Gleichung 2) bzw. mit Kreuzeffekten (Gleichung 3) lassen sich jeweils wie folgt schreiben (Cooper/Nakanishi, 1988, Cooper, 1993):

$$A_{it} = e^{a_i + \sum_p f_{pi}(x_{pit}) + u_{it}} \quad (2)$$

$$A_{it} = e^{a_i + \sum_p \sum_j f_{pij}(x_{pjt}) + u_{it}} \quad (3)$$

x_{pit} bezeichnet den p -ten Prädiktor der Marke i in Periode t mit $p = 1, P$. Die Fehler u_{it} seien standardnormalverteilt.

Bislang betrachtet die Marketing-Literatur lediglich parametrische Attraktivitätsmodelle, d.h. Modelle mit strikten Formen für die Funktionen f_{pi} bzw. f_{pij} , nämlich die Exponentialfunktion oder die multiplikative Funktion (Nakanishi/Cooper, 1974, Naert/Bultez, 1973, Bultez/Naert, 1975, McGuire/Weiss/Houston, 1977, Leeflang/Reuyl, 1984, Cooper/Nakanishi, 1988, Abeele/Gijsbrechts/Vanhuele, 1990, Cooper, 1993, Houston/Kanetkar/Weiss, 1994). Falls keine dieser parametrischen Funktionsformen die wahre Funktionsform ist, ergeben diese Modelle verzerrte Schätzwerte der Effekte von Marketing-Instrumenten (Hastie/Tibshirani, 1995). In weiterer Folge führt dies zu falschen Erwartungen über die Auswirkungen von Marketing-Maßnahmen auf Marktanteile. Als Alternative könnte man eine Vielzahl alternativer parametrischer Funktionsformen spezifizieren und entsprechende Modelle schätzen. Abgesehen vom hohen Aufwand dieses Vorgehens bliebe freilich die Unsicherheit bestehen, ob man die wahre Funktionsform gefunden hat. Daher entwickle ich im vorliegenden Beitrag einen flexibleren semi-parametrischen Ansatz, der für Teilmengen von Prädiktoren geeignete Funktionen adaptiv bestimmt, die die wahre Funktionsform approximieren.

B. Funktionsformen von Attraktivitäten

Wie im letzten Abschnitt erwähnt, findet man in der Marketing-Literatur zwei Funktionsformen parametrischer Attraktivitätsmodelle:

1. Die Exponentialfunktion, die eine multinomiale Logit-Form (MNL) für die Marktanteile impliziert.
2. Die multiplikative Funktion, die zum Multiplicative Competitive Interaction-Modell (MCI) führt.

Die exponentielle bzw. die multiplikative Variante mit markenspezifischen Effekten lauten jeweils (Cooper/Nakanishi, 1988, Lilien/Kotler/Moorthy, 1992, Cooper, 1993, Hruschka, 1996):

$$A_{it} = e^{a_i + \sum_p b_{pi} x_{pit} + u_{it}} \quad (4)$$

$$\text{bzw. } A_{it} = e^{a_i} \prod_p x_{pit}^{b_{pi}} e^{u_{it}} \quad (5)$$

Für Modelle mit Kreuzeffekten lassen sich die gleichen Funktionsformen folgendermaßen schreiben:

$$A_{it} = e^{a_i + \sum_p \sum_j b_{pij} x_{pjt} + u_{it}} \quad (6)$$

$$A_{it} = e^{a_i} \prod_p \prod_j x_{pjt}^{b_{pij}} e^{u_{it}} \quad (7)$$

Das hier vorgeschlagene semi-parametrische additive Modell besteht aus einem parametrischen und einem nicht-parametrischen Teil. Algebraisch entspricht der parametrische Teil einer exponentiellen oder multiplikativen Funktion für die Markenkonstanten a_j und alle Prädiktoren z_{pjt} . Der nicht-parametrische Teil setzt sich additiv aus nichtlinearen Funktionen f_{pj} bzw. f_{pij} für metrische Prädiktoren (z.B. Preise) zusammen. Die Menge M enthält die Indizes der metrischen Prädiktoren. Binäre Prädiktoren (z.B. Features) nehmen die Werte Eins bzw. Null an. Bei metrischen Prädiktoren entsprechen die z_{pjt} im Fall einer MNL Form den Rohdaten, im Fall einer MCI Variante den natürlichen Logarithmen der Rohdaten.

Für die Attraktivitäten $A_{it} = e^{V_{it}}$ der markenspezifischen Modelle bzw. der Modelle mit Kreuzeffekten gilt jeweils:

$$\begin{array}{lll} & \text{parametrisch} & \text{nicht-parametrisch} \\ V_{it} = & a_i + \sum_p b_{pi} z_{pit} & + \sum_{p \in M} f_{pi}(z_{pit}) \quad + u_{it} \\ V_{it} = & a_i + \sum_p \sum_j b_{pij} z_{pjt} & + \sum_{p \in M} \sum_j f_{pij}(z_{pjt}) \quad + u_{it} \end{array} \quad (8)$$

C. Schätzung und Modellauswahl

Die sogenannte Log-Ratio-Transformation vereinfacht das Problem der Schätzung von Attraktivitätsmodellen (McGuire/Weiss/Houston, 1977, Houston/Kanetkar/Weiss, 1994). Dieser Ansatz ist algebraisch äquivalent zur bekannten Log-Centering-Transformation von Nakanishi (1972) bzw. Nakanishi und Cooper (1974).

Nach Logarithmierung läßt sich Gleichung 1 wie folgt schreiben:

$$\ln(MS_{it}) = \ln(A_{it}) - \ln\left(\sum_j A_{jt}\right) \quad (9)$$

Ohne Verlust von Allgemeingültigkeit sei Marke 1 die Bezugsmarke. Subtraktion von $\ln(MS_{1t})$ von Gleichung 9 für die Marken $i = 2, \dots, J$ führt zu:

$$Y_{it} \equiv \ln(MS_{it}) - \ln(MS_{1t}) = \ln(A_{it}) - \ln(A_{1t}) \quad (10)$$

Y_{it} , der logarithmische Quotient des Marktanteils der Marke i in Periode t zum Marktanteil der Bezugsmarke, fungiert als abhängige Variable in geeigneten Regressionsmodellen.

Durch Entlogarithmierung von Y_{it} erhält man:

$$e^{Y_{it}} = \frac{A_{it}}{A_{1t}} \quad (11)$$

Davon ausgehend kann man Marktanteile auf der Grundlage der logarithmischen Quotienten Y_{it} durch Division von Gleichung 1 durch A_{1t} bestimmen:

$$MS_{it} = \frac{A_{it}/A_{1t}}{1 + \sum_{j>1} A_{jt}/A_{1t}} = \frac{e^{Y_{it}}}{1 + \sum_{j>1} e^{Y_{jt}}} \quad (12)$$

Für die Bezugsmarke vereinfacht sich dieser Ausdruck zu:

$$MS_{1t} = \frac{1}{1 + \sum_{j>1} e^{Y_{jt}}} \quad (13)$$

I. Parametrische Modelle

Die Log-Ratio-Transformation führt zu folgenden Ausdrücken für parametrische Modelle mit markenspezifischen Effekten bzw. Kreuzeffekten:

$$Y_{it} = \tilde{a}_i + \sum_p b_{pi} z_{pit} - \sum_p b_{p1} z_{p1t} + \tilde{u}_{it} \quad (14)$$

$$Y_{it} = \tilde{a}_i + \sum_p \sum_j \tilde{b}_{pij} z_{pjt} + \tilde{u}_{it} \quad (15)$$

Dabei gelten $\tilde{a}_i \equiv a_i - a_1$, $\tilde{u}_{it} \equiv u_{it} - u_{1t}$, $\tilde{b}_{pij} \equiv b_{pij} - b_{p1j}$.

Die Schätzung parametrischer Attraktivitätsmodelle erfolgt durch Minimierung der Fehlerquadratsumme SSE :

$$SSE = \sum_t \sum_j (Y_{jt} - \hat{Y}_{jt})^2 \quad (16)$$

Y_{jt} bezeichnet den logarithmischen Quotienten der Marke j in Periode t , \hat{Y}_{jt} dessen auf Grundlage eines Modells geschätzten Wert.

Die linearen Regressionsprobleme der Gleichungen 14 und 15 mit logarithmischen Quotienten als abhängigen Variablen lassen sich mit gewöhnlicher Kleinstquadratschätzung (OLS) lösen. Zu beachten ist, daß nur \tilde{a}_i bzw. \tilde{b}_{pij} , nicht jedoch die ursprünglichen Koeffizienten a_i bzw. b_{pij} identifiziert sind.

II. Semi-Parametrische Modelle

Die logarithmischen Quotienten der semi-parametrischen Modelle, jeweils für markenspezifische Effekte bzw. Kreuzeffekte, lassen sich wie folgt schreiben:

$$\begin{array}{ll} \text{parametrisch} & \text{nicht-parametrisch} \equiv Y_{it}^{npar} \\ Y_{it} = \tilde{a}_i + \sum_p b_{pi} z_{pit} - \sum_p b_{p1} z_{p1t} & + \sum_{p \in M} (f_{pi}(z_{pit}) - f_{p1}(z_{p1t})) + \tilde{u}_{it} \\ Y_{it} = \tilde{a}_i + \sum_p \sum_j b_{pij} z_{pjt} & + \sum_{p \in M} \sum_j (f_{pi}(z_{pjt}) - f_{p1j}(z_{pjt})) + \tilde{u}_{it} \end{array} \quad (17)$$

Y_{it}^{npar} symbolisiert das partielle Residuum der gesamten nicht-parametrischen Komponente, das man durch Subtraktion des parametrischen Teils erhält. Gleichung 18 gilt für Modelle mit markenspezifischen Effekten, Gleichung 19 für Modelle mit Kreuzeffekten:

$$Y_{it}^{npar} = Y_{it} - \tilde{a}_i - \sum_p b_{pi} z_{pit} + \sum_p b_{p1} z_{p1t} \quad (18)$$

$$Y_{it}^{npar} = Y_{it} - \tilde{a}_i - \sum_p \sum_j \tilde{b}_{pij} z_{pjt} \quad (19)$$

Hier wird nur die Schätzung der Modelle mit Kreuzeffekten explizit erörtert, da sich die Vorgangsweise bei Modellen mit markenspezifischen Effekten daraus leicht ableiten läßt. Die Schätzung der nicht-parametrischen Komponente erfolgt durch Optimierung eines restringierten Kleinstquadrat-Kriteriums. Dieses berücksichtigt die Glätte adaptiver nichtlinearer Funktionen $f_{pij} = (f_{pij}(z_{pj1}), \dots, f_{pij}(z_{pjT}))'$ für metrische Prädiktoren neben der durch die partielle Fehlerquadratsumme angegebenen Modellanpassung. Die Glätte einer Funktion wird durch das Integral der quadrierten Ableitungen zweiter Ordnung gemessen (Buja/Hastie/Tibshirani, 1989, Hastie/Tibshirani, 1995, Fahrmeir/Kaufmann/Kredler, 1996).

Die restringierte Kleinstquadratfunktion für Marke i ($i = 2, \dots, J$) lautet:

$$\sum_t (Y_{it}^{npar} - \hat{Y}_{it}^{npar})^2 + \sum_{p \in M} \sum_j \lambda_{pij} \int (f'_{pij}(y))^2 dy \quad (20)$$

Dieser Ausdruck setzt sich aus der partiellen Fehlerquadratsumme (des nicht-parametrischen Teils) und einem Strafterm zusammen. Glättungskonstanten λ_{pij} gewichten die Glätte der jeweiligen Funktion. Bei unendlich großem λ_{pij} dominiert der Strafterm, der dann die Bedingung $f''_{pij} = 0$ für die Ableitungen zweiter Ordnung und daher die Anpassung einer linearen Funktion impliziert.

Kubische Glättungssplines f_{pij} lösen das restringierte Kleinstquadratproblem. Ein kubischer Glättungsspline ist ein kubisches Polynom, das aufeinanderfolgende Prädiktorenwerte verbindet und kontinuierliche erste bzw. zweite Ableitungen für Beobachtungswerte besitzt (De Boor, 1978).

Bei der im folgenden skizzierten Schätzmethode für semi-parametrische additive Attraktivitätsmodelle handelt es sich um eine Variante des Backfitting-Algorithmus (Buja/Hastie/Tibshirani, 1989, Fahrmeir/Kaufmann/Kredler, 1996). Zu beachten ist, daß in jedem der folgenden Schritte alle Marken $i = 2, \dots, J$ betrachtet werden:

1. Alle nichtlinearen Funktionen werden gleich Null gesetzt.
2. Parametrische Phase: OLS-Schätzung für partielle Residuen der parametrischen Komponente.
3. Nicht-parametrische Phase: Eine Schleife über jede der nichtlinearen Funktionen wird solange wiederholt, bis sich die partiellen Residuen aller Funktionen nicht ändern. Dabei wird jede nichtlineare Funktion als kubischer Glättungsspline der zugehörigen partiellen Residuen bestimmt.

4. Man kehrt zur parametrischen Phase zurück, falls sich irgendein Parameter oder irgendeine nichtlineare Funktion während der letzten parametrischen bzw. nicht-parametrischen Phase geändert hat.

Die Glättungskonstanten λ_{pij} werden in Übereinstimmung mit einer Empfehlung von Hastie and Tibshirani (1995) auf jenen Wert gesetzt, bei dem die jeweilige Funktion f_{pij} eine bestimmte Anzahl an Freiheitsgraden verbraucht. Untersucht werden zwischen zwei und fünf Freiheitsgrade. Die Freiheitsgrade df entsprechen dabei der Spur der Glättungsmatrix S_{pij} , d.h. $df = tr(S_{pij})$. Höhere Freiheitsgrade bewirken, daß die Funktion den partiellen Residuen genauer folgt, sie also weniger glatt wird.

Die Auswahl von Effekten (Parametern bzw. nichtlinearen Funktionen) erfolgt mit Hilfe eines stufenweisen vorwärts-rückwärtsgerichteten Verfahrens, welches das *AIC* (Akaike's Information Criterion) minimiert. Das *AIC* berücksichtigt die Fehlerquadratsumme *SSE*, die Anzahl an Beobachtungen $N = JT$ und die vom Gesamtmodell verbrauchten Freiheitsgrade *DF* (Akaike, 1974):

$$AIC = \ln(SSE/(N - DF)) + 2DF/N \quad (21)$$

Die Vorwärtsphase beginnt mit einem Modell, das nur markenspezifische Konstanten aufweist. Jeder Schritt fügt jenen Effekt hinzu, der zur jeweils maximalen Abnahme von *AIC* führt, bis keine weitere Verbesserung mehr möglich ist. In der Rückwärtsphase wird jeweils der Effekt eliminiert, der *AIC* maximal reduziert, bis keine Verbesserung gefunden wird.

D. Empirische Untersuchung

Die empirische Untersuchung analysiert Daten eines Einzelhandelsgeschäfts, die sich auf die vier führenden Marken einer Produktgruppe (Fruchtsäfte) beziehen. Die Datenbasis besteht aus 104 wöchentlichen Beobachtungen pro Marke von Absatzmengen, Letztverbraucherpreisen und Features (letztere sind binäre Variablen mit dem Wert Eins, falls die betreffende Marke beworben wird).

Auf dieser Grundlage werden parametrische MNL- und MCI-Modelle und deren semi-parametrische additive Verallgemeinerungen sowohl mit markenspezifischen Effekten als auch mit Kreuzeffekten geschätzt. Bezüglich der semi-parametrischen additiven Modelle werden unterschiedliche Freiheitsgrade (und damit Glätte) der nichtlinearen Funktionen metrischer Prädiktoren untersucht. Tabelle 1 zeigt die Fehlerquadratsummen *SSE*, die gesamten Freiheitsgrade *DF* und *AIC*-Werte von MCI- und MNL-Modellen, sowohl

für parametrische als auch semi-parametrische Varianten. Es werden unterschiedliche Versionen der semi-parametrischen Modelle mit 2 bis 5 Freiheitsgraden (also mit abnehmender Glätte) pro nichtlinearer Funktion der Preise angepaßt.

Modell	markenspezifische Effekte			Kreuzeffekte			
	<i>SSE</i>	<i>DF</i>	<i>AIC</i>	<i>SSE</i>	<i>DF</i>	<i>AIC</i>	
MNL	parametrisch						
	3,372	404	-2,021	2,825	399	-2,068	
	semi-parametrisch						
	df=2	2,552	401	-2,124	2,573	398	-2,103
	df=3	2,212	398	-2,169	2,189	395	-2,155
df=4	2,072	395	-2,179	2,080	392	-2,160	
df=5	2,045	392	-2,167	2,020	389	-2,155	
MCI	parametrisch						
	3,123	404	-2,054	2,526	396	-2,099	
	semi-parametrisch						
	df=2	2,620	401	-2,112	2,214	395	-2,150
	df=3	2,275	398	-2,156	2,078	389	-2,142
df=4	2,074	395	-2,179	1,881	383	-2,150	
df=5	2,031	392	-2,170	1,812	378	-2,137	

AIC eignet sich nur zur Auswahl genesteter Modelle (Judge et al., 1985). Daher erfolgt ein Vergleich der *AIC*-Werte von MNL- oder MCI-Modellen gegeneinander, nicht jedoch zwischen einem MNL- und einem MCI-Modell. Aufgrund der *AIC*-Werte erweist sich die semi-parametrische Variante mit markenspezifischen Effekten und vier Freiheitsgraden für die nichtlinearen Funktionen als bestes MNL-Modell. Dieses Modell erreicht nicht nur bessere *AIC*-Werte als das parametrische MNL-Modell, es übertrifft auch sämtliche übrige (parametrische und nicht-parametrische) MNL-Modelle (auch jene mit Kreuzeffekten). Die Ergebnisse für MCI-Modelle fallen ähnlich aus. Das semi-parametrische Modell mit vier Freiheitsgraden der nichtlinearen Funktionen schlägt die anderen MCI-Modelle. In Übereinstimmung mit diesen Ergebnissen werden Modelle mit Kreuzeffekten im folgenden ignoriert.

Während der Modellselektion verbessert das Hinzufügen nichtlinearer Funktionen für Preise die *AIC*-Werte. Sämtliche semi-parametrischen Modelle besitzen nicht-parametrische Preiseffekte für alle Marken.

Man könnte vermuten, daß die bessere Anpassung semi-parametrischer Modelle verloren geht, falls sie auf neue Daten angewendet werden. Außerdem könnte man auf Basis des *AIC* irrtümlich Modelle mit zu hoher Komplexität bevorzugen. Mit Hilfe der Kreuzvalidierung (Stone, 1977) oder des Bootstrapping (Efron/Tibshirani, 1993) lassen sich verlässlichere Maße zur Beurteilung von Modellen gewinnen.

Bei der hier vorgenommenen Kreuzvalidierung mittels Leaving-One-Out wird der quadrierte Fehler je Periode mit Hilfe eines Modells ermittelt, das auf Grundlage der restlichen $T - 1$ Perioden geschätzt wird. Nach Summieren der quadrierten Fehler über alle Perioden erhält man die kreuzvalidierte Fehlerquadratsumme.

Die zusätzlich verwendete Bootstrap-Methode erzeugt 200 Bootstrap-Stichproben mit jeweils 104 Werten durch Ziehen aus den Beobachtungswerten mit Zurücklegen. Jeder diese 200×104 Werte umfaßt Marktanteile und Prädiktoren für jede der vier Marken. Pro Bootstrap-Stichprobe wird das betrachtete Modell geschätzt und anschließend werden auf dessen Grundlage für die Beobachtungswerte der Prädiktoren Schätzwerte der beobachteten Marktanteile und die entsprechende Fehlerquadratsumme bestimmt. Als Modellbewertungskriterium fungiert schließlich der Mittelwert dieser Fehlerquadratsummen über alle Bootstrap-Stichproben.

Bei der Kreuzvalidierung erreichen semi-parametrische Modelle mit vier Freiheitsgraden pro nichtlinearer Funktion die besten Werte. Die kreuzvalidierte Fehlerquadratsumme des semi-parametrischen MNL-Modells liegt unter jener des semi-parametrischen MCI-Modells. Das Bootstrap-Verfahren weist eine deutliche Reduktion der Fehlerquadratsumme durch Ersetzen eines parametrischen Modells durch jedes der untersuchten semi-parametrische Modelle nach. Beim Bootstrapping erreichen semi-parametrische Modelle mit drei Freiheitsgraden je nichtlinearer Funktion die niedrigsten SSE-Werte, wobei die MNL-Modelle die MCI-Modelle übertreffen (vgl. Tabelle 2). Unter Berücksichtigung des principle of parsimony wird daher dem semi-parametrischen MNL-Modell mit drei Freiheitsgraden je nichtlinearer Funktion (und damit einem Modell mit etwas geringerer Komplexität gegenüber den AIC-Ergebnissen) der Vorzug gegeben. Die mittlere Varianzerklärung über die Bootstrap-Samples beträgt 72,55 % beim parametrischen MNL-Modell, 73,46 % beim parametrischen MCI-Modell und 80,85 % beim semi-parametrischen MNL-Modell.

Ein Vergleich von Parametern reicht nicht aus, um die Unterschiede der Modellspezifikationen im Hinblick auf Preiseffekte zu verdeutlichen, da letztere bei semi-parametrischen Modellen sowohl von Koeffizienten als auch von nichtlinearen Funktionen abhängen. Aus diesem Grund werden geschätzte

Tab. 2: SSE-Werte				
	Kreuz- validierung	Boot- strapping	Kreuz- validierung	Boot- strapping
parametrisch				
	MNL		MCI	
	3,764	3,650	3,477	3,396
semi-parametrisch				
	MNL		MCI	
df=2	3,163	2,553	3,204	2,609
df=3	2,735	2,547	2,774	2,595
df=4	2,682	2,573	2,730	2,623
df=5	2,742	2,593	2,756	2,647

Marktanteile und Elastizitäten für die beiden parametrischen Modelle und das ausgewählte semi-parametrische MNL-Modell ermittelt.

Abbildungen 1 bis 4 stellen die Marktanteile der einzelnen Marken als Funktion der beobachteten Preise für die beiden parametrischen MNL- und MCI-Modelle und das semi-parametrische MNL-Modell mit drei Freiheitsgraden pro nichtlinearer Funktion zusammen mit den beobachteten Marktanteilen dar. Bei den Marken 1, 2 und 4 zeigt das semi-parametrische Modell eine stärkere marginale Reaktion im mittleren Preisbereich als die parametrischen Modelle an. Auf der anderen Seite erweisen sich marginale Effekte hoher Preise nach dem semi-parametrischen Modell als schwächer. Für die Marken 2 und 4 identifiziert das semi-parametrische Modelle eher schwache marginale Effekte auch im Bereich niedriger Preise. Hingegen sind marginale Effekte bei der Marke 3 stärker für niedrige Preise, schwach für mittlere und etwas geringer für höhere Preise (bezüglich der Effekte niedriger Preise muß als Vorbehalt angemerkt werden, daß dafür nur relativ wenige Beobachtungen vorliegen).

Abb. 1: Marktanteil (Marke 1)

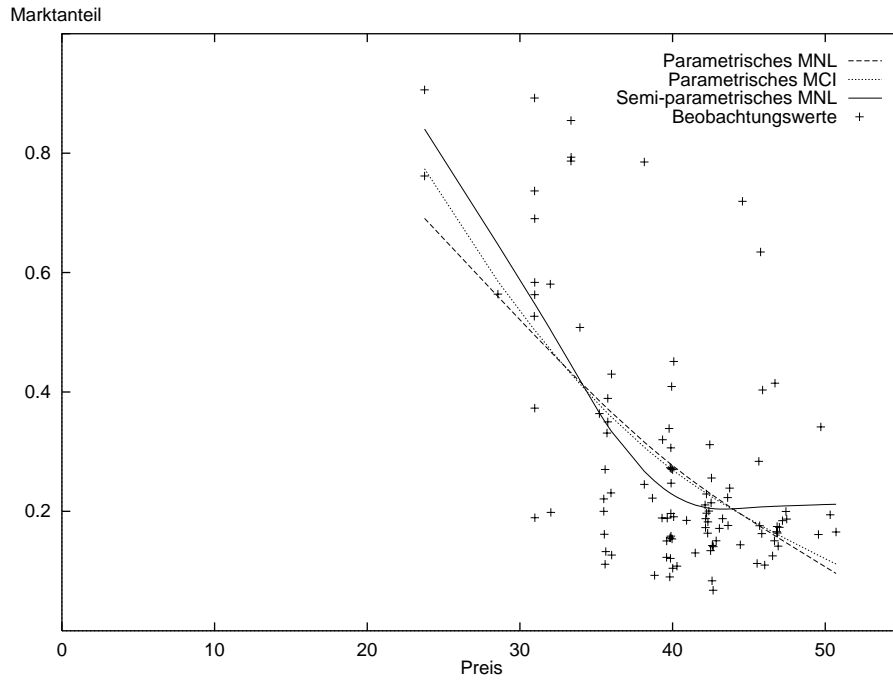


Abb. 2: Marktanteil (Marke 2)

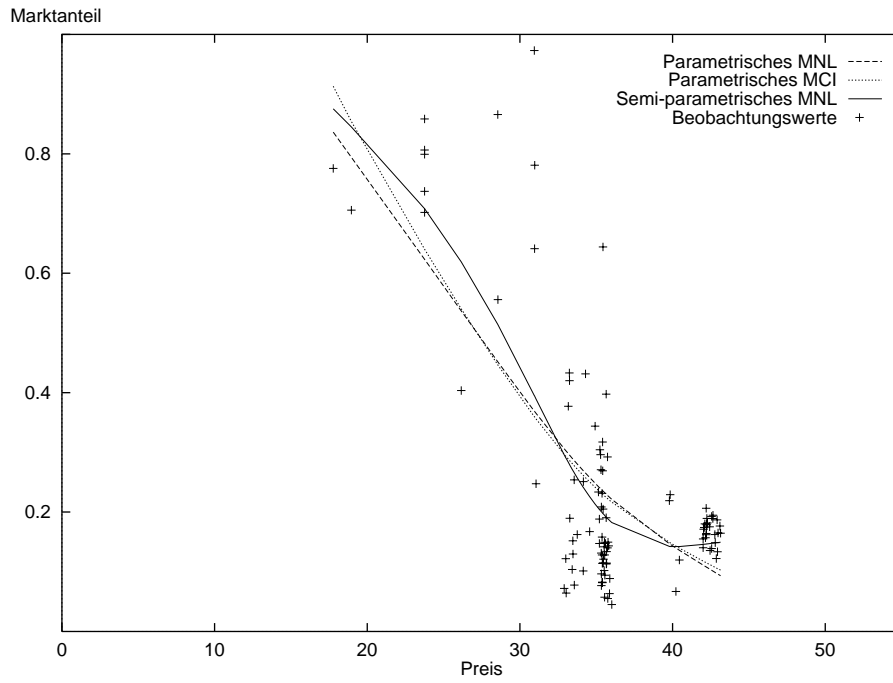


Abb. 3: Marktanteil (Marke 3)

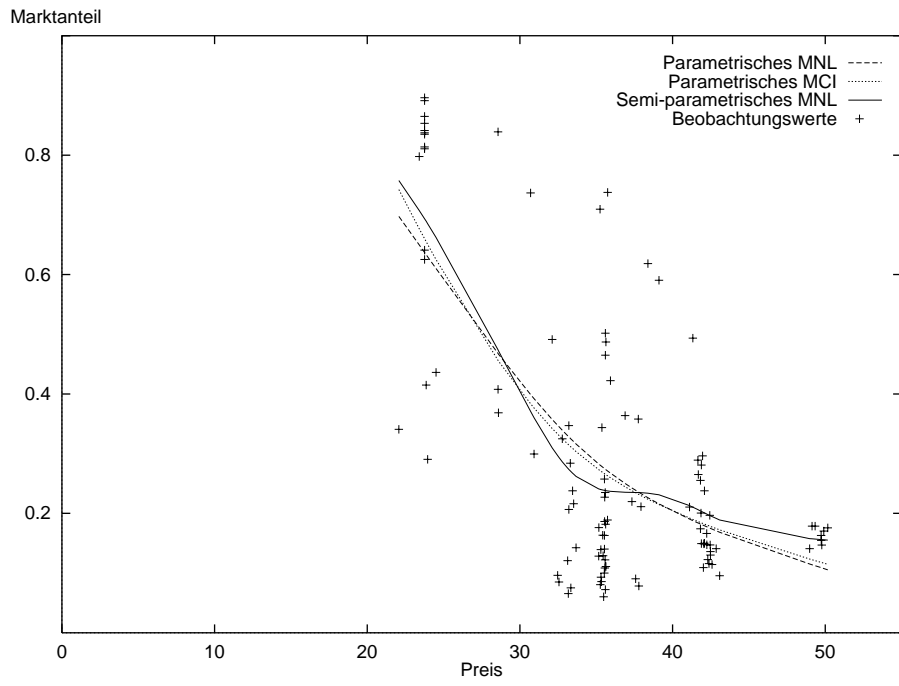
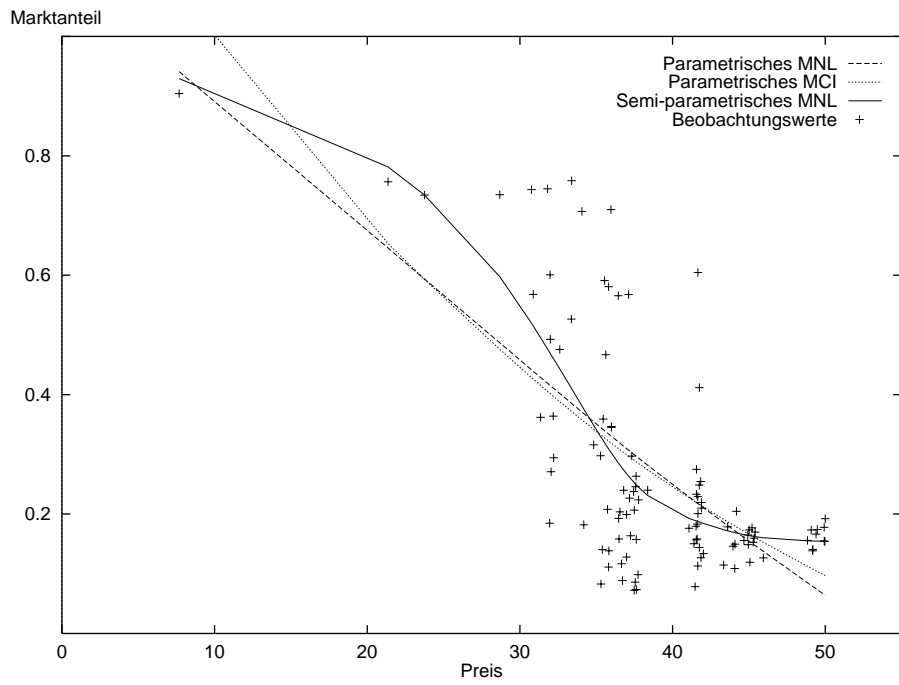


Abb. 4: Marktanteil (Marke 4)



Im folgenden werden Formeln für die Marktanteilselastizitäten der betrachteten Attraktivitätsmodelle ermittelt. Als ersten Schritt dazu bestimmt man ausgehend von Gleichung 12 die Ableitung erster Ordnung bezüglich eines metrischen Prädiktors z_{pit} :

$$\frac{\partial MS_{it}}{\partial z_{pit}} = MS_{it}(1 - MS_{it}) \frac{\partial Y_{it}}{\partial z_{pit}} \quad (22)$$

Für Prädiktoren der Bezugsmarke ergeben sich dieselben Ableitungen bei allen anderen Marken $j = 2, \dots, J$:

$$\partial Y_{jt} / \partial z_{p1t} = -\partial \ln(A_{1t}) / \partial z_{p1t} \quad (23)$$

Die Ableitung erster Ordnung nach einem metrischen Prädiktor z_{p1t} für Gleichung 13 läßt sich wie folgt schreiben:

$$\frac{\partial MS_{1t}}{\partial z_{p1t}} = MS_{1t}(1 - MS_{1t})(J - 1) \frac{\partial \ln(A_{1t})}{\partial z_{p1t}} \quad (24)$$

Daher gilt für die (absolute) Marktanteilselastizität el_{it} bezüglich z_{pit} der Marken $i = 2, \dots, J$:

$$el_{it} = (1 - MS_{it})z_{pit} \left| \frac{\partial Y_{it}}{\partial z_{pit}} \right| \quad (25)$$

Diese Gleichung umfaßt die wohlbekannten Ausdrücke für parametrische MNL- und MCI-Modelle mit markenspezifischen Effekten als Spezialfälle (Cooper/Nakanishi, 1988, Cooper, 1993, Hruschka 1996):

$$el_{it} = (1 - MS_i)z_{pit} |b_{pi}| \quad (26)$$

$$el_{it} = (1 - MS_i) |b_{pi}| \quad (27)$$

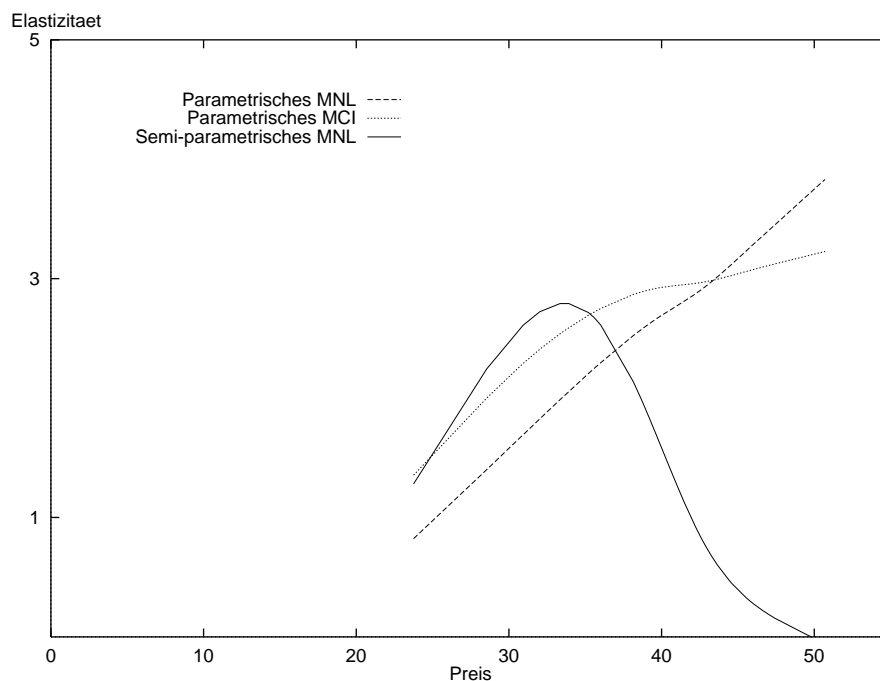
Die absolute Marktanteilselastizität der Bezugsmarke el_{1t} hinsichtlich z_{p1t} entspricht:

$$el_{1t} = (1 - MS_{1t})z_{p1t}(J - 1) \left| \frac{\partial \ln(A_{1t})}{\partial z_{p1t}} \right| \quad (28)$$

Bei höheren Preisen werden sowohl $(1 - MS_{it})$ als auch z_{pit} größer. Gleichung 25 zeigt, daß Elastizitäten el_{it} mit (absoluten) Werten der Ableitungen $\partial Y_{it} / \partial z_{pit}$ steigen. Dies trifft üblicherweise auf Preiselastizitäten in parametrischen MNL- und MCI-Modellen zu. Hingegen können bei semi-parametrischen Modellen Elastizitäten bei höheren Preisen zurückgehen, falls die Absolutbeträge der ersten Ableitungen der logarithmierten Attraktivitäten abnehmen.

Die Abbildungen 5 bis 8 enthalten Graphiken der Preiselastizitäten berechnet auf Grundlage der beobachteten Preise der vier Marken in jeder der 104 Wochen sowohl für die parametrischen MNL- und MCI-Modelle als auch für das semi-parametrische MNL-Modell mit drei Freiheitsgraden der nicht-linearen Funktionen.

Abb. 5: Elastizität (Marke 1)



Diese Abbildungen verdeutlichen, daß parametrische Modelle durch mit den Preisen steigende (absolute) Preiselastizitäten charakterisiert sind. Die Verläufe der Preiselastizitäten des semi-parametrischen Modells unterscheiden sich davon. Bei den Marken 1, 2 und 4 erreichen die Preiselastizitäten ein Maximum im mittleren Preisbereich. Bei der Marke 3 weisen die Elastizitäten zwei lokale Maxima auf, das größere ergibt sich für den niedrigsten Preis (wobei allerdings, wie bereits erwähnt, für den Bereich niedriger Preise relativ wenige Beobachtungen vorliegen).

Die Mittelwerte der Elastizitäten für das semi-parametrische MNL-Modell liegen zwischen 1,133 und 2,038 und damit immer unter jenen für die parametrischen Modelle. Am deutlichsten zeigt sich dieser Unterschied bei den Marken 1 und 2 (Tabelle 3). Diese Resultate stimmen mit der Meta-Analyse von Tellis (1988) überein, der eine mittlere Preiselastizität von 1,5 bezogen auf Marktanteile erhält.

Abb. 6: Elastizität (Marke 2)

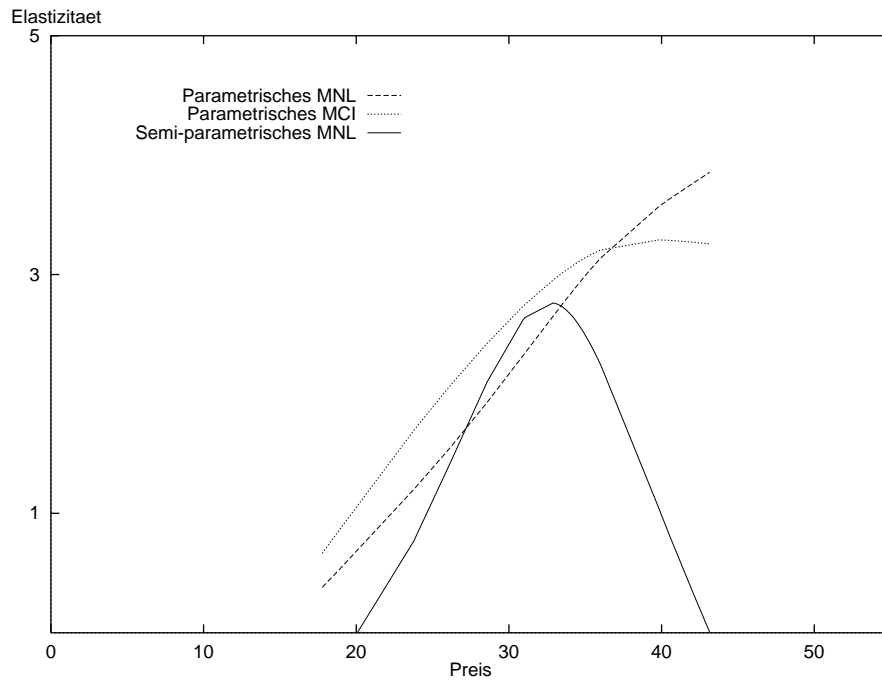


Abb. 7: Elastizität (Marke 3)

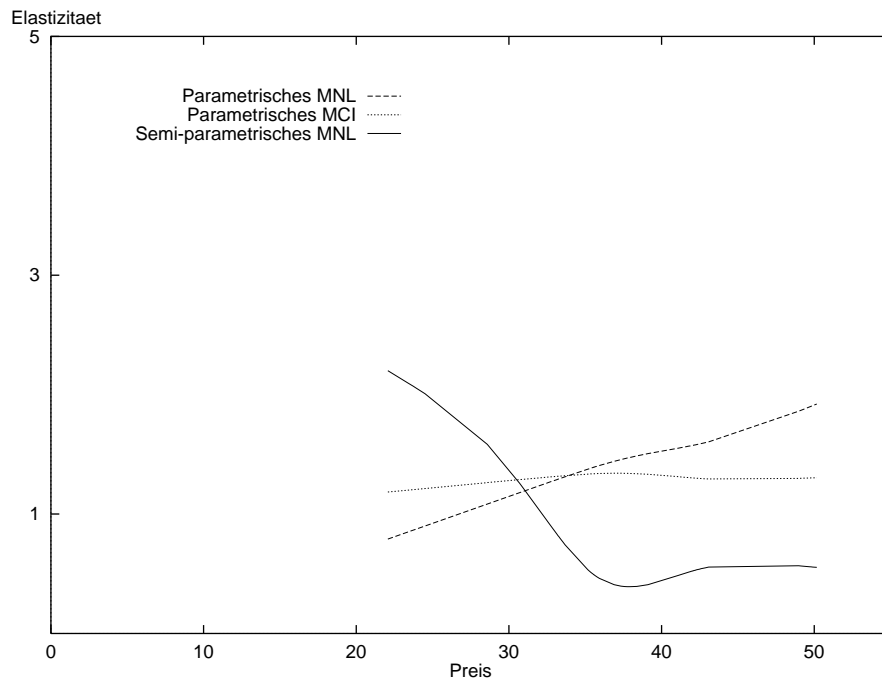
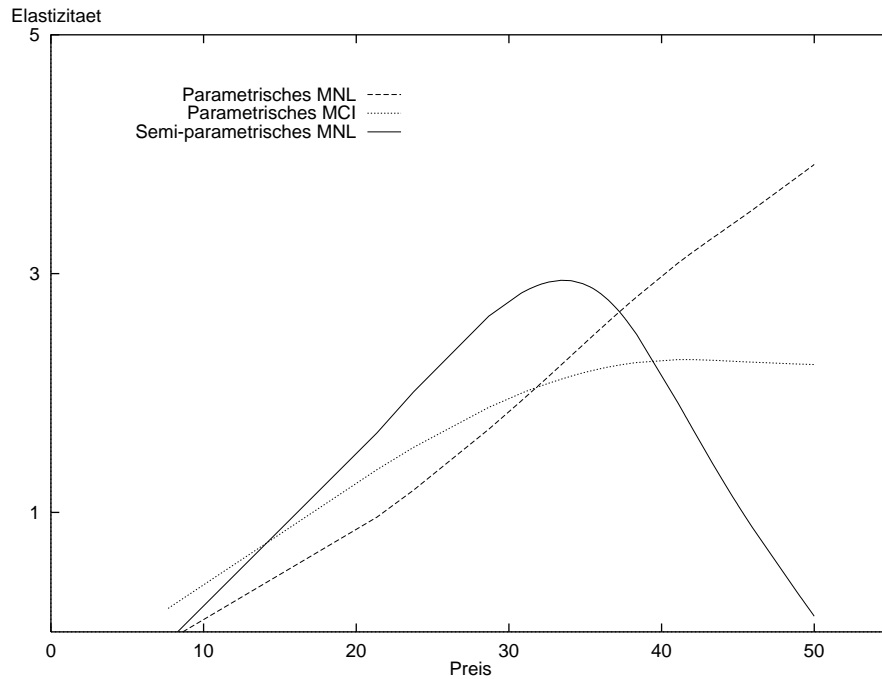


Abbildung 8: Elastizität (Marke 4)



Tab. 3: Durchschnittliche Elastizitäten

Marke	Parametrisches MNL	Parametrisches MCI	Semi-Parametrisches MNL
1	2,672	2,838	1,430
2	3,014	3,017	1,700
3	1,373	1,300	1,133
4	2,826	2,181	2,038

E. Entscheidungsimplicationen

In diesem Abschnitt werden Entscheidungsimplicationen ausgewählter Varianten von Marktanteilsmodellen (parametrisches MNL- bzw. MCI-Modell, semi-parametrisches MNL-Modell mit jeweils drei Freiheitsgraden pro nicht-linearer Funktion) für den in Abschnitt D behandelten empirischen Anwendungsfall abgeleitet. Als Zielsetzung dient die Maximierung des Periodendeckungsbeitrags jeweils einer Marke, als Entscheidungsgröße der Preis dieser Marke (Features werden auf Null gesetzt).

Der Periodendeckungsbeitrag DB_{it} entspricht dem Stückdeckungsbeitrag (Preis p_i abzüglich gleich hoher konstanter Stückkosten $k = 25$) multipliziert

mit der Absatzmenge Q_{it} derselben Marke. Letztere ergibt sich aus dem Marktanteil MS_{it} der Marke und dem Absatzvolumen QV_t (d.i. die gesamte Absatzmenge aller Marken):

$$\begin{aligned} DB_{it} &= (p_i - k)Q_{it} \\ &= (p_i - k)QV_t MS_{it} \end{aligned} \tag{29}$$

Die Maximierung des Periodendeckungsbeitrags setzt somit auch die Ermittlung einer Absatzvolumensfunktion voraus. Deren Schätzung wird wie bei den Marktanteilsmodellen als restringiertes Kleinstquadratproblem formuliert und daher mittels kubischer Glättungssplines gelöst (die Anzahl der Freiheitsgrade je nichtlinearer Funktion wird gleich drei gesetzt).

Mit Hilfe dieses flexiblen Ansatzes werden die Effekte folgender Prädiktoren auf das Absatzvolumen gemessen:

- Carry-Over (Absatzvolumen der Vorperiode);
- aktueller Durchschnittspreis der vier Marken;
- Durchschnittspreis der Vorperiode;
- Einzelpreise der vier Marken.

Diese Analyse zeigt, daß von diesen Prädiktoren lediglich der aktuelle Durchschnittspreis \bar{p}_t einen bezüglich *AIC* nennenswerten Effekt auf das Absatzvolumen QV_t ausübt, so daß nur dieser Prädiktor einbezogen wurde.

Tab. 4: Varianzerklärung diverser Absatzvolumensfunktionen in %		
nicht-parametrisch		
mit Splines		77,98
	parametrisch	
linear	$QV = d_0 + d_1 \bar{p}_t$	54,57
multiplikativ	$QV = d_0 \bar{p}_t^{d_1}$	77,10
exponentiell	$QV = e^{d_0 + d_1 \bar{p}_t}$	75,80
semi-logarithmisch	$QV = d_0 + d_1 \ln(\bar{p}_t)$	57,40

Tabelle 4 enthält die Varianzerklärung der nicht-parametrischen sowie einiger parametrischer (mittels OLS geschätzter) Absatzvolumensfunktionen. Die Ableitung von Entscheidungsimplicationen legt die multiplikative Absatzvolumensfunktion zugrunde, da deren Varianzerklärung fast gleich hoch

Tab. 5: Multiplikative Absatzvolumensfunktion		
	Koeffizient	t-Wert
Konstante	38,73	24,17
\bar{p}_t	-8,78	-19,86

ist wie jene der nicht-parametrischen Funktion (die Parameterwerte dieser Funktion finden sich in Tabelle 5).

Die Maximierung des Periodendeckungsbeitrags einer Marke erfordert Annahmen über das Verhalten von Wettbewerbern. Hier wird das Lösungskonzept Fictitious Play verwendet (Brown, 1951). Danach setzt man pro Marke jenen Preis an, der den erwarteten Deckungsbeitrag für die beobachtete Häufigkeitsverteilung vergangener Konkurrenzpreise maximiert. Man unterstellt also, daß die Wettbewerber einer Marke auch künftig die bisher von ihnen geforderten Preise mit denselben Häufigkeiten wie in der Vergangenheit ansetzen werden.

Tab. 6: Preis- und Gewinnimplikationen								
	Marke							
	1		2		3		4	
	Preis	Gewinn	Preis	Gewinn	Preis	Gewinn	Preis	Gewinn
parametrische Modelle								
MNL	32,56	6480,98	31,24	3427,91	35,26	2116,82	32,73	4999,05
MCI	32,56	6455,78	31,24	3308,33	35,26	2171,23	32,73	4152,03
semi-parametrisches Modell								
MNL	30,91	6541,60	29,68	4106,24	40,42	2194,43	31,00	4896,63
Gewinnsteigerung des semi-parametrischen Modells in Prozent								
	3,95		10,08		9,24		2,98	

Der mit Hilfe dieses Lösungskonzepts ermittelte Preis und der entsprechende durchschnittliche Periodendeckungsbeitrag pro Marke finden sich in Tabelle 6 für jedes der in diesem Abschnitt betrachteten Attraktivitätsmodelle. Für beide parametrischen Modelle ergeben sich pro Marke dieselben Preisempfehlungen. Geht man hingegen vom semi-parametrischen MNL-Modell aus, so erhält man für die Marken 1, 2 und 4 niedrigere Preise gegenüber den parametrischen Modellen. Dies hängt offenbar damit zusammen, daß bei diesen Marken die Käufer nach dem semi-parametrischen Modell auf Preisänderungen in diesem Preisbereich stärker reagieren als es die parametrischen Modelle unterstellen. Genau umgekehrt stellt sich die Situation für Marke

3 dar, für die ein höherer Preis ermittelt wird. Dies läßt sich mit schwächeren Reaktionen auf Preisänderungen im relevanten Bereich erklären, die das semi-parametrische Modell im Unterschied zu den parametrischen Modellen ergibt (vgl. Abbildungen 1 bis 4).

Außerdem weist Tabelle 6 die Gewinnsteigerung pro Marke auf, die man durch Ersetzen des auf Grundlage der parametrischen Modelle mit Hilfe von Fictitious Play bestimmten Preises durch jenen Preis erhält, der sich für das semi-parametrische MNL-Modell mit Hilfe desselben Lösungsverfahrens ergibt. Zu diesem Zweck werden die für beide Preisvarianten und die beobachtete Häufigkeitsverteilung vergangener Konkurrenzpreise resultierenden Marktanteile aufgrund des semi-parametrischen MNL-Modells berechnet, da dieses die Marktanteilsbildung am besten erklärt (vgl. dazu Abschnitt D). Für jede der vier Marken zeigen sich Gewinnsteigerungen, am stärksten fallen sie für die Marken 2 und 3 aus (10.08% bzw. 9.24%). Diese Gewinnsteigerungen verdeutlichen den praktischen Nutzen des semi-parametrischen Modells als Fundament preispolitischer Entscheidungen am Beispiel der untersuchten Marken.

F. Abschluß

Für die untersuchten Marktanteilsdaten haben die semi-parametrischen Modelle eine deutlich höhere Varianzerklärung als die konventionellen parametrischen Attraktivitätsmodelle ergeben. Dieses Resultat hält einer Überprüfung durch Kreuzvalidierungs- und Bootstrappingverfahren stand. Mit Hilfe des semi-parametrischen Modells konnten demnach die Effekte der Marketing-Instrumente genauer gemessen werden. Daher müssen auch die Entscheidungsimplicationen dieses Modells als zuverlässiger angesehen werden. Sie unterscheiden sich von jenen, die auf Grundlage der parametrischen Modelle bestimmt werden, und sind mit Gewinnsteigerungen verbunden. Zusammenfassend beurteilt stellen die semi-parametrischen Attraktivitätsmodelle nützliche Erweiterungen der weitverbreiteten parametrischen Varianten dar.

Literatur

- Abeele, P.V.; Gijsbrechts, E.; Vanhuele, M. (1990): Specification and Empirical Evaluation of a Cluster-Asymmetry Market Share Model In: *International Journal of Research in Marketing*, Vol. 7, S. 223–247.
- Akaike, H. (1974): A New Look at the Statistical Model Identification. In: *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 19, S. 716–723.

- Bell, D.E.; Keeney, R.L.; Little, J.D.C. (1975): A Market Share Theorem. In: *Journal of Marketing Research*, Vol. 12, S. 136–141.
- Brown, G.W. (1951): Iterative Solutions of Games by Fictitious Play. In: Koopmans, T.C. (ed.): *Activity Analysis of Production and Allocation*. New York, S. 374–376.
- Buja, A.; Hastie, T.; Tibshirani, R. (1989): Linear Smoothers and Additive Models (with discussion). In: *The Annals of Statistics*, Vol. 17, S. 453–555.
- Bultez, A.V.; Naert, P.A. (1975): Consistent Sum-Constrained Models. In: *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 70, S. 529–535.
- Chen, Y.; Kanetkar, V.; Weiss, D.L. (1994): Forecasting Market Shares with Disaggregate or Pooled Data: A Comparison of Attraction Models. In: *International Journal of Forecasting*, Vol. 10, S. 263–276.
- Cooper, L.G. (1993): Market-Share Models. In: Eliashberg, J.; Lilien, G.L. (eds.): *Marketing*. Amsterdam, S. 259–314.
- Cooper, L.G.; Nakanishi, M. (1988): *Market-Share Analysis*. Boston, MA.
- De Boor, C. (1978): *A Practical Guide to Splines*. New York.
- Efron, B.; Tibshirani, R.J. (1993): *An Introduction to the Bootstrap*. London.
- Fahrmeir, L.; Kaufmann, H.; Kredler, C. (1996): Regressionsanalyse. In: Fahrmeir, L.; Hamerle, A.; Tutz, G. (Hrsg.): *Multivariate statistische Verfahren*. 2. Auflage, Berlin, S. 93–168.
- Hastie, T.J.; Tibshirani, R.J. (1995): *Generalized Additive Models*. London.
- Houston, F.S.; Kanetkar, V.; Weiss, D.L. (1994): Cross Effects Share Model: Identification and Optimality. Working Paper, University of Toronto.
- Hruschka, H. (1996): *Marketing-Entscheidungen*. München.
- Judge, G.G.; Griffiths, W.E.; Hill, R.C.; Lütkepohl, H.; Lee, T.-S. (1985): *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*. 2nd Edition. New York.
- Leeflang, P.S.H.; Reuyl, J.C. (1984): On the Predictive Power of Market Share Attraction Models. In: *Journal of Marketing Research*, Vol. 21, 211–215.

- Lilien, G.L.; Kotler, P.; Moorthy, K.S. (1992): Marketing Models. Englewood Cliffs, NJ.
- McGuire, T.W.; Weiss, D.L.; Houston, F.S. (1977): Consistent Multiplicative Market Share Models. In: Greenwood, B.A.; Bellinger, D.N. (eds.): Contemporary Marketing Thought, Chicago, 129–134.
- Naert, P.A.; Bultez, A.V. (1973): Logically Consistent Market Share Models. In: Journal of Marketing Research, Vol. 10, S. 334–340.
- Nakanishi, M. (1972): Measurement of Sales Promotion Effect at the Retail Level. AMA Proceedings, Chicago, S. 338–343.
- Nakanishi, M.; Cooper, L.G. (1974): Parameter Estimation for a Multiplicative Competitive Interaction Model – Least Squares Approach. In: Journal of Marketing Research, Vol. 11, S. 303–311.
- Stone, M. (1977): Asymptotics For and Against Cross Validation. In: Biometrika, Vol. 64, S. 29–35.
- Tellis, G.J. (1988): The Price-Elasticity of Selective Demand. In: Journal of Marketing Research, Vol. 25, S. 331–341.

Summary

In the empirical study presented market share models with semi-parametric additive brand attractions attain better fits both according to an information criterion like *AIC* that penalizes a model for degrees of freedom used and according to error measures determined by cross validation or bootstrapping. Higher flexibility compared to strictly parametric models leads to more reliable measurements of the effects of marketing instruments. Moreover, marginal effects and price elasticities computed on the basis of the semi-parametric model differ qualitatively from those obtained for the parametric counterparts. The more flexible market share model also has different managerial implications than its parametric relatives as prices and higher profits determined by the solution concept of Fictitious Play show.

Zusammenfassung

In der vorliegenden empirischen Untersuchung erreichen Marktanteilsmodelle mit semi-parametrischen additiven Markenattraktionen bessere Anpassungsmaße sowohl nach einem Informationskriterium wie *AIC*, das ein Modell für die Anzahl verbrauchter Freiheitsgrade bestraft, als auch nach mittels Kreuzvalidierung oder Bootstrapping bestimmten Fehlermaßen. Die höhere Flexibilität gegenüber strikt parametrischen Modellen führt zu einer verlässlicheren Messung der Effekte von Marketing-Instrumenten. Außerdem unterscheiden sich marginale Effekte und Preiselastizitäten, die auf Grundlage des semi-parametrischen Modells berechnet werden, qualitativ von jenen, die man für die parametrischen Alternativen erhält. Das flexiblere Marktanteilsmodell impliziert unterschiedliche, mit Gewinnsteigerungen verbundene optimale Entscheidungen, wie mit Hilfe des Lösungskonzepts Fictitious Play bestimmte Preise und Gewinne zeigen.