

Das Unbeobachtbare erfassen - Dynamische stochastische Modelle in den Umweltwissenschaften

Frühwirth-Schnatter, Sylvia

DOI:
[10.57938/d2d86fe2-fbf8-4947-9bb8-e72734930ac1](https://doi.org/10.57938/d2d86fe2-fbf8-4947-9bb8-e72734930ac1)

Published: 01/01/1991

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):
Frühwirth-Schnatter, S. (1991). *Das Unbeobachtbare erfassen - Dynamische stochastische Modelle in den Umweltwissenschaften*. Department of Statistics and Mathematics, WU Vienna University of Economics and Business. Forschungsberichte / Institut für Statistik No. 19 <https://doi.org/10.57938/d2d86fe2-fbf8-4947-9bb8-e72734930ac1>

Das Unbeobachtbare erfassen - Dynamische stochastische Modelle in den Umweltwissenschaften



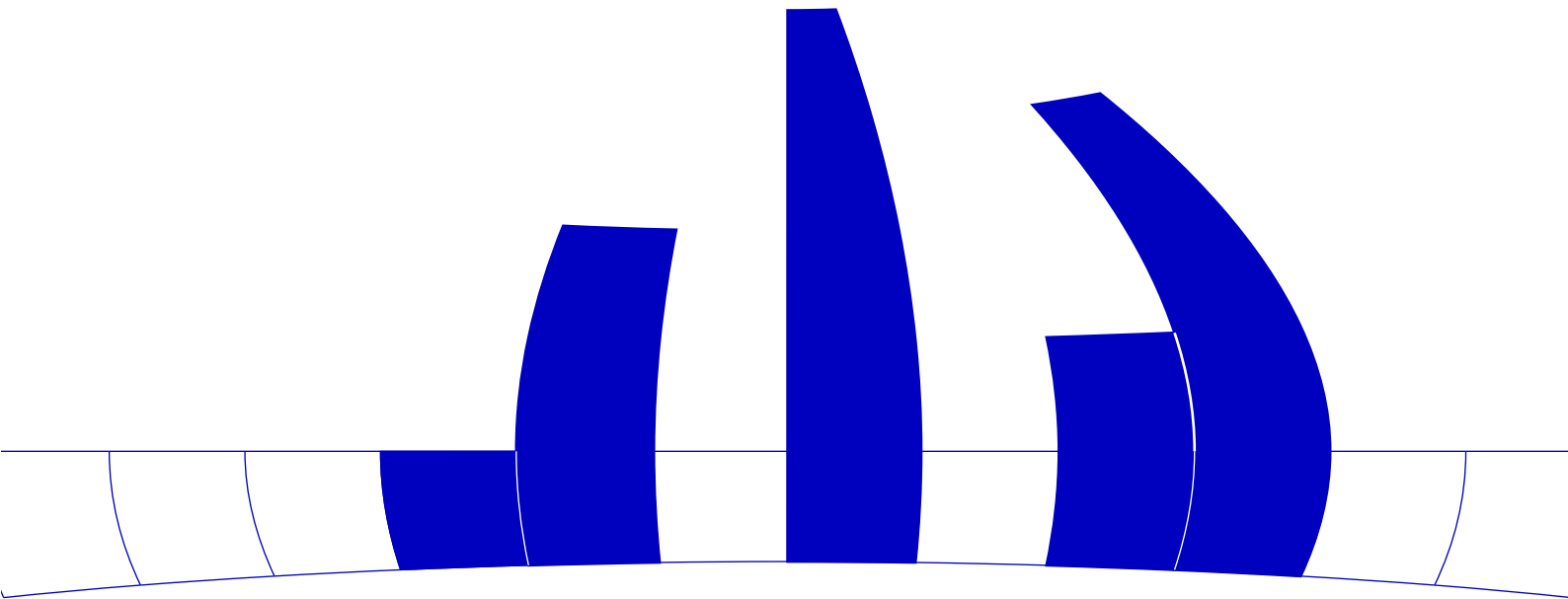
Sylvia Frühwirth-Schnatter

Institut für Statistik
Wirtschaftsuniversität Wien

Forschungsberichte

Bericht 19
1991

<http://statmath.wu-wien.ac.at/>



Das Unbeobachtbare erfassen – Dynamische stochastische Modelle in den Umweltwissenschaften

Sylvia Frühwirth-Schnatter
Institut für Statistik
Wirtschaftsuniversität Wien
1090 Wien

1 Einleitung

Bei der Modellierung von Umweltdaten steht man mitunter vor der Aufgabe, aus vorhandenen Beobachtungsverläufen (Zeitreihen) bestimmter Größen Aussagen über unbeobachtbare Größen zu treffen bzw. zukünftige und daher unbekannte Beobachtungsverläufe zu prognostizieren. Vor allem im Umweltbereich ist der stochastische Charakter dieser Aussagen, einerseits wegen der oft geringen Anzahl an Beobachtungswerten, andererseits wegen der prinzipiellen Modellunsicherheit, nicht vernachlässigbar. Betrachten wir dazu folgende Aufgabenstellungen.

Aufgabenstellung 1: Trendanalyse einer Zeitreihe von Jahresmittelwerten. Gegeben sei eine Zeitreihe von Jahresmittelwerten einer bestimmten Größe (z.B. des Grundwasserspiegels oder einer Schadstoffkonzentration). Von Interesse ist, ob die jährliche systematische Veränderung dieser Größe signifikant von 0 abweicht.

Aufgabenstellung 2: Niederschlag-Abfluß-Modellierung. Gegeben seien eine Zeitreihe der stündlichen Niederschläge und eine Zeitreihe der stündlichen Abflußwerte in einem Teil eines Flußgebietes. Von Interesse ist eine Modellierung des Zusammenhangs zwischen Niederschlag und Abfluß für eine kurzfristige Abflußvorhersage, z.B. zur Hochwasserwarnung.

Ziel dieses Beitrags ist es, an diesen ausgewählten Aufgabenstellungen auf Ausagemöglichkeiten hinzuweisen, die sich durch Anwendung dynamischer stochastischer Modelle (Zustandsraummodelle) ergeben.

In Abschnitt 2 wird nach einem kurzen Überblick über die dynamische stochasti-

sche Modellierung an den beiden Aufgabenstellungen illustriert, wie zu einer gegebenen Zeitreihe ein dynamisches stochastisches Modell tatsächlich formuliert werden kann. In Abschnitt 3 werden mögliche statistische Aussagen über unbeobachtbare Größen und zukünftige Prozeßverläufe diskutiert und an den beiden Modellen erläutert. Abschnitt 4 schließlich enthält zwei Fallstudien zu den beiden Aufgabenstellungen.

2 Dynamische stochastische Modellierung

2.1 Modellform

Bei der dynamischen stochastischen Modellierung wird zwischen einer beobachtbaren und einer unbeobachtbaren Ebene unterschieden. Auf der beobachtbaren Ebene liegt eine Zeitreihe $\{y_1, \dots, y_T\}$ vor. Die Größen auf der unbeobachtbaren Ebene werden als Zustandsgröße (Zustandsvektor) \mathbf{x}_t bezeichnet. Die zeitliche Veränderung der Zustandsgröße sowie die Wechselwirkung zwischen den beiden Ebenen wird in Form eines dynamischen stochastischen Modells (Zustandsraummodells) formuliert, das für jeden Zeitpunkt t aus zwei stochastischen Gleichungen besteht (z.B. [6], [5]):

1. Die erste Gleichung beschreibt das Verhalten der Zustandsgröße \mathbf{x}_t zum Zeitpunkt t , wenn der Wert der Zustandsgröße \mathbf{x}_{t-1} zum Zeitpunkt $t-1$ bekannt ist (i.Z. $\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}$):

$$\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1} \sim N(\mathbf{F}_t \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{g}_t, \mathbf{Q}_t). \quad (1)$$

Im Mittel ist \mathbf{x}_t somit durch eine lineare Transformation des alten Wertes \mathbf{x}_{t-1} bestimmt. Tatsächlich aber ist \mathbf{x}_t eine stochastische Größe, die um diesen Erwartungswert streut. Das Ausmaß der Streuung hängt von der Kovarianzmatrix \mathbf{Q}_t ab.

2. Die zweite Gleichung beschreibt das Verhalten der Beobachtung y_t , wenn die Zustandsgröße \mathbf{x}_t zum Zeitpunkt t bekannt ist:

$$y_t|\mathbf{x}_t \sim N(\mathbf{H}_t \mathbf{x}_t, \mathbf{R}_t). \quad (2)$$

Wie bei der ersten Gleichung ist bei Kenntnis von \mathbf{x}_t nur der Erwartungswert $\mathbf{H}_t \mathbf{x}_t$ von y_t festgelegt, um den die tatsächliche Beobachtung y_t mit Varianz \mathbf{R}_t streut.

Die Matrizen bzw. Vektoren $\mathbf{F}_t, \mathbf{g}_t$ und \mathbf{H}_t determinieren somit die Modellstruktur, die Matrizen \mathbf{Q}_t und \mathbf{R}_t regeln die Modellunsicherheit.

Zustandsraummodelle fanden unzählige Anwendungen in den Ingenieurwissenschaften. Unter den Anwendungen im Umweltbereich seien [3] und [2] erwähnt.

2.2 Modellidentifikation

Wie ist für eine konkrete Aufgabenstellung der Zustandsvektor zu wählen und wie kommt man zu den Modellmatrizen? Der systemtheoretische Ansatz, der auf Realisierungen eines stationären stochastischen Prozesses anwendbar ist, schätzt unter der Annahme zeitinvarianter Matrizen ein kanonisches Zustandsraummodell mit minimaler Dimension des Zustandsvektors ([1]).

Wir wählen hier den strukturellen Ansatz, bei dem in die Wahl des Zustandsvektors und der Modellmatrizen a-priori Vorstellungen über die den Prozeß verursachende Dynamik einfließen. Dieser Ansatz ist nicht auf Realisierungen stationärer Prozesse beschränkt und kann substanzwissenschaftliche Modellvorstellungen in den Modellidentifikationsprozeß einbinden (vgl. [8], [11]).

Dieser Ansatz führt im allgemeinen zu einem Zustandsraummodell, bei dem einzelne Komponenten noch von unbekanntem Parametern θ abhängen. Diese unbekanntem Modellparameter werden aus den Daten geschätzt.

Zur Demonstration dieses Ansatzes diskutieren wir an den eingangs angeführten Aufgabenstellungen, wie ein derartiges dynamisches stochastisches Modell formuliert werden kann.

Modell 1: Dynamisches Trendmodell. Zur Modellierung von Aufgabenstellung 1 nehmen wir zunächst an, daß die beobachteten empirischen Jahresmittelwerte y_t um einen theoretischen Erwartungswert μ_t schwanken:

$$y_t | \mu_t \sim N(\mu_t, R).$$

Wenn der theoretische Erwartungswert μ_t einen linearen Trend aufweist und die tatsächliche Veränderung von μ_t unbekannt ist, so wird sie a-priori mit einem dynamischen linearen Trendmodell ([5], [6]) beschrieben:

$$\mu_t | \mu_{t-1}, \delta \sim N(\mu_{t-1} + \delta, Q).$$

δ steht für die systematische Veränderung von μ_t (Trendkomponente). Die unbeobachtbaren Größen μ_t und δ bilden den zweidimensionalen Zustandsvektor \mathbf{x}_t :

$$\mathbf{x}_t = (\mu_t, \delta)^T.$$

Die Modellmatrizen erhält man durch einfache Umformungen:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_t &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, & \mathbf{g}_t &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & \mathbf{Q}_t &= \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, & (3) \\ \mathbf{H}_t &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}, & R_t &= R. \end{aligned}$$

Q und R verbleiben als unbekannte Modellparameter.

Modell 2: Dynamisches Niederschlag-Abfluß-Modell. Die Modellierung von Aufgabenstellung 2 ist wesentlich komplexer und daher ein vieldiskutiertes Problem der Systemhydrologie (z.B. [4]). In [10] wurde ein dynamisches Niederschlag-Abfluß-Modell entwickelt, das hydrologische Modellvorstellungen über die Art, wie der Niederschlag den Abfluß erhöht, in die dynamische Formulierung einbezieht.

Ein Teil des Niederschlags, der Effektivregen, fließt an der Oberfläche ab und verursacht den raschen Anstieg der Abflußwelle, der für die kurzfristige Abflußvorhersage von besonderem Interesse ist. Der Effektivregen h_t^E zum Zeitpunkt t ist nicht direkt beobachtbar. Daher werden die stündlichen Effektivregenelemente der letzten m Stunden als Zustandsvektor gewählt:

$$\mathbf{x}_t = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{t,1} & \cdots & \mathbf{x}_{t,m} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} h_t^E & h_{t-1}^E & \cdots & h_{t-m+1}^E \end{pmatrix}^T.$$

Wegen

$$\mathbf{x}_{t,j} = h_{t-j+1}^E = h_{(t-1)-(j-1)+1}^E = \mathbf{x}_{t-1,j-1}, \quad \forall j = 2, \dots, m,$$

sind die Elemente 2 bis m von \mathbf{x}_t mit den Elementen 1 bis $m-1$ von \mathbf{x}_{t-1} identisch. Das erste Element von \mathbf{x}_t ist der aktuelle Effektivregen h_t^E . Es existieren einfache hydrologische Modelle zur Einschätzung des Effektivregens aus dem beobachteten Niederschlag h_t^N , die von unbekanntem Parametern $\boldsymbol{\theta}$ abhängen. Dieser aus dem Modell ermittelte Wert wird als a-priori Erwartungswert gewählt, um den h_t^E streut:

$$h_t^E \sim N(\varphi(h_t^N, \boldsymbol{\theta}), Q).$$

Ein weiterer Teil des beobachteten Niederschlags fließt durch bodennahe Schichten ab und verursacht das langsame Anheben des Basisniveaus der Abflußwelle (Basisabfluß). Der Rest versickert ins Grundwasser.

Der beobachtete Abfluß schwankt um einen unbekanntem Erwartungswert μ_t des Abflusses zum Zeitpunkt t :

$$y_t \sim N(\mu_t, R).$$

Der Dreiteilung des Niederschlags entspricht eine Dreiteilung des zu erwartenden Abflusses μ_t in den Direktabfluß q_t^D als Reaktion auf den Effektivregen, den Basisabfluß q_t^B als Reaktion auf den oberflächennah abfließenden Niederschlag und den aus dem Grundwasser gespeisten Anteil q_t^G :

$$\mu_t = q_t^D + q_t^B + q_t^G.$$

Die ersten beiden Reaktionen werden mit zwei verschiedenen linearen Übertragungsfunktionen beschrieben. Die Übertragungsfunktion zwischen Effektivregen und Direktabfluß, die mit (u_1, \dots, u_m) bezeichnet wird, ist aus den Daten zu schätzen. Die zweite Übertragungsfunktion kann aus topographischen Parametern des Einzugsgebietes abgeleitet werden. Der Basisabfluß q_t^B und der Grundwasserteil q_t^G werden mit hydrologischen Modellen geschätzt. Der Effektivregen wird aus der verbleibenden Differenz $y_t' = y_t - q_t^B - q_t^G$ geschätzt. Durch entsprechende Umformung ergibt sich formal ein dynamisches stochastisches Modell mit dem Effektivregen als Zustandsvektor und folgenden Modellmatrizen:

$$\mathbf{F}_t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}_t = \begin{pmatrix} \varphi(h_t^N, \boldsymbol{\theta}) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Q}_t = \begin{pmatrix} Q & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}_t = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & \cdots & u_m \end{pmatrix}. \quad (4)$$

3 Das Unbeobachtbare erfassen

Wurde ein dynamisches stochastisches Modell formuliert, so ist es möglich, aus einer vorhandenen Zeitreihe (y_1, \dots, y_T) der beobachtbaren Größen Aussagen über die unbeobachtbaren Größen $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T$ und über künftige Prozeßverläufe zu beurteilen. Dabei unterscheidet man drei Arten von Aussagen: Aussagen über die Gegenwart, über die Vergangenheit und über die Zukunft.

3.1 Aussagen über die Gegenwart

Aussagen über die Gegenwart sind Aussagen über die Zustandsgröße \mathbf{x}_t , wenn Beobachtungen bis zum Zeitpunkt t gegeben sind (i.Z. $\mathbf{x}_t|y^t$). Sie werden mittels der Filterdichte $p(\mathbf{x}_t|y^t)$ beurteilt. Solche Aussagen sind vor allem bei einer on-line Modellierung von Zeitreihen, wenn laufend neue Beobachtungen hinzukommen, von Interesse.

Beispiel 1: Betrachten wir als Beispiel für Aussagen über die Gegenwart on-line Aussagen über das Abflußverhalten während eines Niederschlags mit Hilfe des dynamischen Niederschlag-Abfluß-Modells (Modell 2). Betrachten wir einen Zeitpunkt t , für den soeben Messungen über den aktuellen Niederschlag h_t^N sowie den aktuellen Abfluß y_t eingetroffen sind.

Zum Zeitpunkt $t-1$ waren Aussagen über den Effektivregen bis $t-1$ – zusammengefaßt im Zustandsvektor \mathbf{x}_{t-1} – an Hand der Dichte $p(\mathbf{x}_{t-1}|y^{t-1})$ möglich. Zum Zeitpunkt t interessiert zunächst, wie groß der Anteil h_t^E am Niederschlag ist, der einen weiteren Anstieg der Abflußwelle verursachen wird. Da die Effektivregenelemente $h_{t-1}^E, h_{t-2}^E, \dots, h_{t-m+1}^E$ weiterhin Einfluß auf den aktuellen Abfluß ausüben, interessieren revidierte Aussagen über diese Elemente im Lichte der neuen Beobachtungen. Der Zustandsvektor wurde genauso gewählt, daß er alle diese Effektivregenelemente der letzten m Zeiteinheiten enthält. Somit können alle interessierenden Aussagen anhand der Dichte $p(\mathbf{x}_t|y^t)$ beurteilt werden.

Methoden zur sequentiellen Schätzung der Momente der Filterdichte $p(\mathbf{x}_t|y^t)$ aus den Momenten der Filterdichte $p(\mathbf{x}_{t-1}|y^{t-1})$ und der aktuellen Beobachtung y_t sind in der Standardliteratur zu Zustandsraummodellen (z.B. [6]) ausführlich behandelt. Der Schätzalgorithmus ist einfach zu implementieren, wenn alle Modellmatrizen bekannt sind. Die Filterdichte ist dann die Dichte einer Normalverteilung und ihre Momente werden mit dem Kalman-Filter ermittelt. Komplexere Algorithmen sind anzuwenden, wenn die Modellmatrizen unbekannte Parameter enthalten, da die Filterdichte nicht mehr die Dichte einer Normalverteilung ist. Approximative Filter

(z.B. Multi-Prozess-Filter ([5])) nähern sie durch eine Mischung aus Dichten von Normalverteilungen an.

3.2 Aussagen über die Vergangenheit

Aussagen über die Vergangenheit sind rückblickende Aussagen über die Zustandsgröße \mathbf{x}_t , wenn Beobachtungen bis zum Zeitpunkt $T > t$ gegeben sind (i.Z. $\mathbf{x}_t|y^T$). Sie werden mittels der Glättungsdichte $p(\mathbf{x}_t|y^T)$ beurteilt. Solche Aussagen sind vor allem bei einer off-line Analyse von Zeitreihen von Bedeutung.

Beispiel 2: Nehmen wir an, daß wir T Jahresmittelwerte einer interessierenden Größe mit dem dynamischen Trendmodell (Modell 1) modellieren. Interessiert uns der tatsächliche Jahresmittelwert μ_t im Jahre $t < T$, so können wir Aussagen über μ_t unter Verwendung von Beobachtungen bis zum Jahre t aus der Filterdichte $p(\mathbf{x}_t|y^t)$ ableiten. Soll hingegen eine Aussage über μ_t auf *allen* Beobachtungen aufbauen, so kann sie aus der Glättungsdichte $p(\mathbf{x}_t|y^T)$ gewonnen werden.

Die Ermittlung der Momente der Glättungsdichte ist aufwendiger (z.B. [6]), da sie auf einer Kenntnis der Momente aller Filterdichten $p(\mathbf{x}_s|y^s)$, $t \leq s \leq T$ beruht. Auch die Glättungsdichte ist nur dann eine Normalverteilung, wenn alle Modellmatrizen deterministisch sind.

3.3 Aussagen über die Zukunft

Aussagen über die Zukunft sind meist Aussagen über künftige Beobachtungen y_{t+l} , $l \geq 1$, wenn Beobachtungen bis zum Zeitpunkt t gegeben sind (i.Z. $y_{t+l}|y^t$). Sie werden mittels der Vorhersagedichte $p(y_{t+l}|y^t)$ beurteilt. Die Gestalt der Vorhersagedichte hängt wieder davon ab, ob Modellmatrizen unbekannte Parameter enthalten oder nicht. Auch sie kann durch eine Summe von Normalverteilungen approximiert werden (z.B. [9]).

Beispiel 1 (Fortsetzung): Wurde der abflußwirksame Effektivregen eingeschätzt, interessieren Aussagen über den künftigen Abfluß, d.h. über y_{t+1} , y_{t+2} , ..., y_{t+l} . Die Ermittlung der Vorhersagedichte $p(y_{t+l}|y^t)$ setzt die Kenntnis des künftigen Niederschlags voraus. Liegt eine Niederschlagsprognose in Form einer Dichte $p(h_{t+l}^N|h_t^N)$ vor, so kann $p(y_{t+l}|y^t)$ unter Berücksichtigung der Unsicherheit in der Niederschlagsvorhersage ermittelt werden (zur Approximation dieser Vorhersagedichte siehe [10], Kapitel 6).

4 Fallstudien

4.1 Jahresmittelwerte der Schwefeldioxid-Konzentration in Wien 1978 – 1988

In [7] wurde folgende Zeitreihe der Jahresmittelwerte der SO_2 -Konzentration in Wien (in mg/m^3) von 1978 bis 1988 veröffentlicht:

1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988
0.073	0.075	0.069	0.057	0.052	0.042	0.039	0.046	0.039	0.037	0.023

Diese Zeitreihe zeigt eine deutliche Reduktion der SO_2 -Konzentration. Reichen diese 11 Werte aus, um von einer statistisch signifikanten Reduktion zu sprechen?

Auf diese Daten wurde das dynamische Trendmodell (Modell 1) angewendet. Da die Kovarianzen Q und R unbekannt sind, wurde ein Multi-Process-Filter angewendet. Tabelle 1 enthält 95%-ige kleinste Überdeckungsintervalle für die Trendkomponente δ , die für jeden Zeitpunkt t aus der Filterdichte $p(\delta|y^t)$ ermittelt wurden.

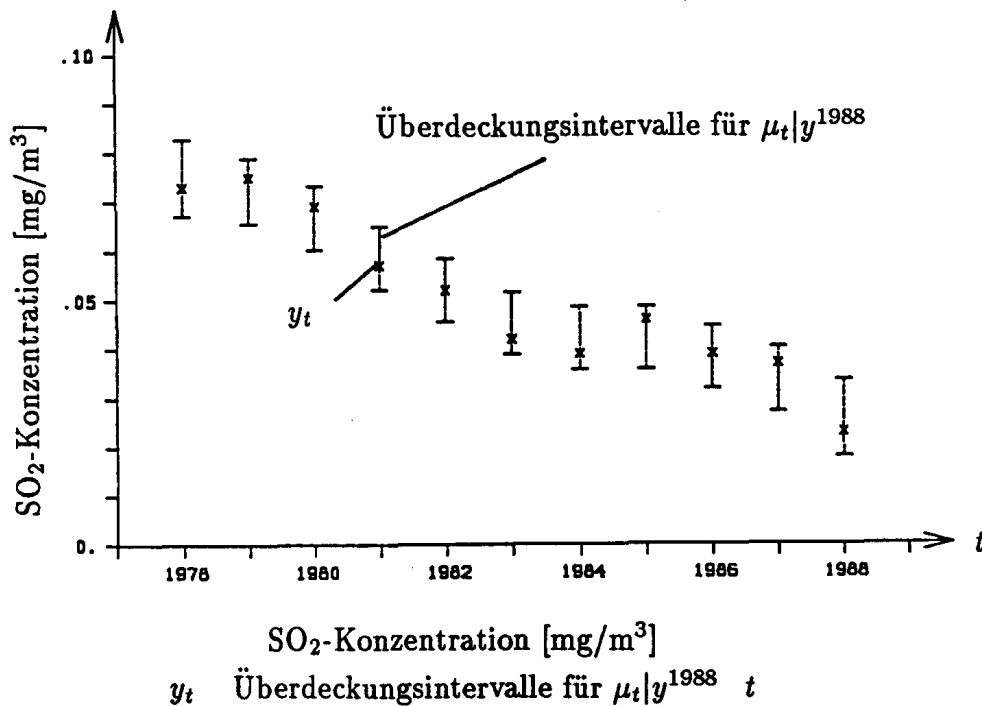
Diese Intervalle werden mit zunehmender Zahl an Beobachtungswerten kleiner. Aufbauend auf allen Beobachtungen bis zum Jahre 1988 erhalten wir, daß die systematische Reduktion der SO_2 -Konzentration pro Jahr mit 95%-iger Sicherheit größer als 0 war.

Abbildung 1 zeigt 95%-ige kleinste Überdeckungsintervalle für den (theoretischen) Erwartungswert μ_t der mittleren SO_2 -Konzentration im Jahr t , die für jeden Zeitpunkt t aus der Glättungsdichte $p(\mu_t|y^{1988})$ ermittelt wurden. Zum Vergleich sind auch die empirischen Jahresmittelwerte eingetragen. Für das Jahr 1980 erhalten wir beispielsweise, daß der Erwartungswert $\mu_{1980}|y^{1988}$ mit 95%-iger Sicherheit im Bereich $[0.0601, 0.0730]$ lag.

Tabelle 1: Überdeckungsintervalle für die Reduktion der SO_2 -Konzentration

Jahr t	95%-ige kleinste Überdeckungsintervalle für δy^t
1978	$[-1.3904, 1.3934]$
1979	$[-0.01467, 0.01849]$
1980	$[-0.01166, 0.00756]$
1981	$[-0.01249, 0.00165]$
1982	$[-0.01158, -0.00004]$
1983	$[-0.01154, -0.00159]$
1984	$[-0.01070, -0.00184]$
1985	$[-0.00881, -0.00074]$
1986	$[-0.00831, -0.00086]$
1987	$[-0.00780, -0.00084]$
1988	$[-0.00821, -0.00166]$

Abbildung 1: 95%-ige Überdeckungsintervalle für den Erwartungswert μ_t der SO_2 -Konzentration im Jahre t



4.2 Hochwasser im August 1980 im Iselgebiet

Eine Anwendung des dynamischen Niederschlag-Abfluß-Modells (Modell 2) auf Daten, die während des Hochwassers im Juli 1980 im Iselgebiet in Osttirol aufgezeichnet wurden, ist in [10] diskutiert. Abbildung 2 zeigt den beobachteten Niederschlag und den gleichzeitig beobachteten Abfluß. Mit dem dynamischen Niederschlag-Abfluß-Modell läßt sich der Effektivregen, das heißt jener Teil des beobachteten Niederschlags, der kurzfristig abflußwirksam wird, schätzen. Wegen der unbekanntem Modellparameter wird ein Multi-Process-Filter eingesetzt. Der geschätzte Effektivregen ist ebenfalls in Abbildung 2 dargestellt.

Wir wollen nun an diesem Beispiel die on-line Abflußvorhersage für einen beliebig ausgewählten Zeitpunkt, nämlich $t = 35$, illustrieren. Wir können nun eine kurzfristige Abflußvorhersage auf Basis des zum Zeitpunkt $t = 35$ geschätzten Effektivregens $x_{35}|y^{35}$ erstellen. Da der künftige Abfluß von den noch nicht beobachteten künftigen Niederschlägen abhängt, benötigen wir eine Niederschlagsprognose.

Abbildung 2: Beobachtungsdaten und Effektivregen für das Hochwasser Juli 1980 im Iselgebiet

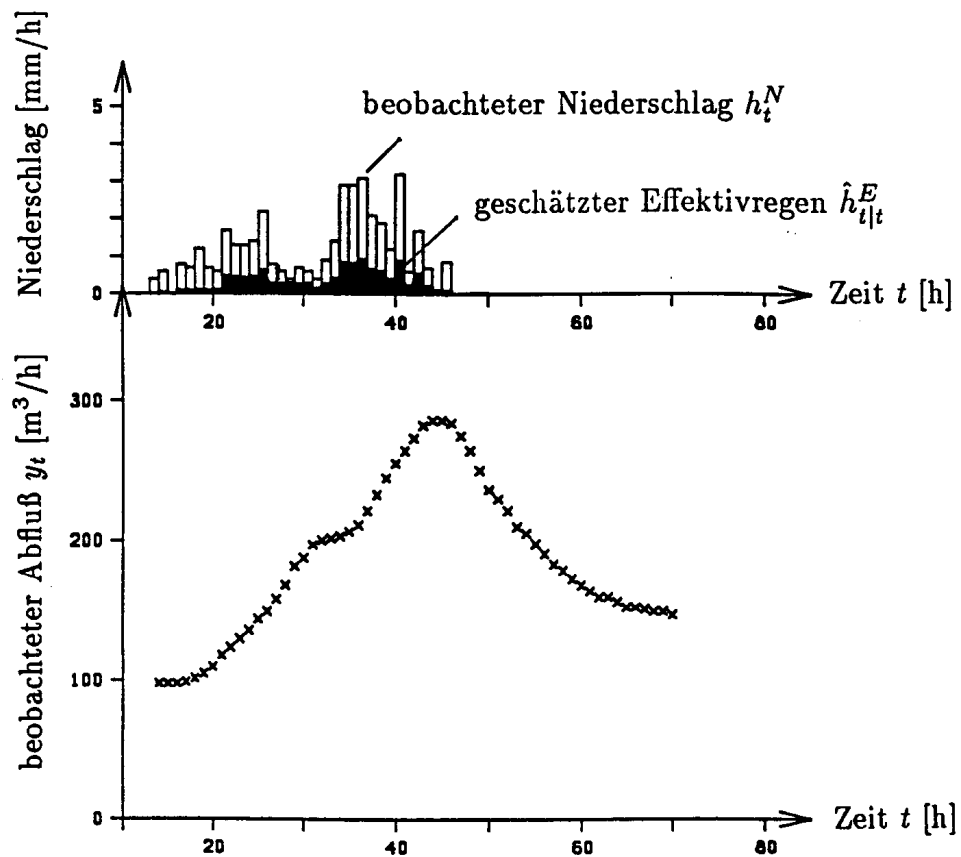
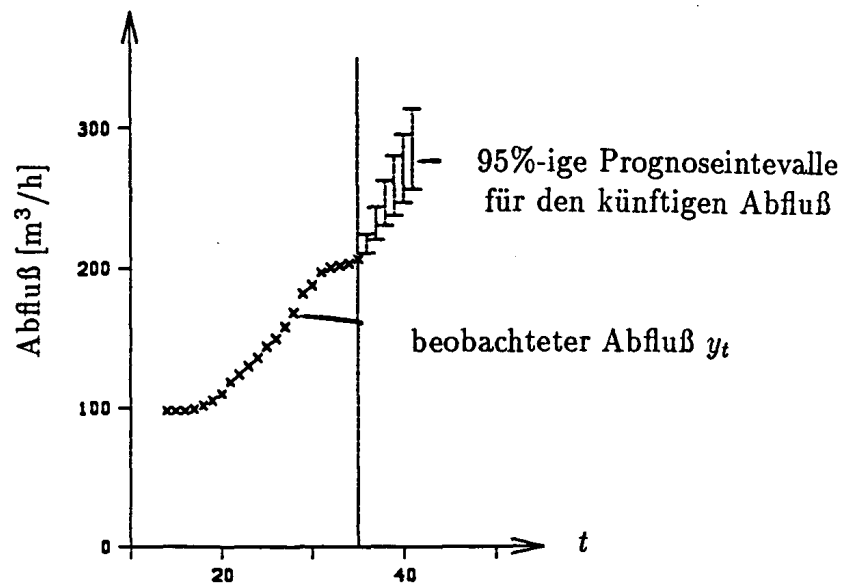


Tabelle 2: Abflußprognose zum Zeitpunkt $t = 35$

	Niederschlagsprognose [mm/h]	Abflußprognose [m ³ /s]	beobachteter Abfluß [m ³ /s]
$l = 1$	[2, 6]	[210.6, 224.5]	211.8
$l = 2$	[2, 6]	[220.4, 243.9]	221.6
$l = 3$	[0, 4]	[230.6, 262.3]	233.3
$l = 4$	[0, 4]	[237.7, 279.9]	245.3
$l = 5$	[0, 4]	[246.7, 295.2]	255.8
$l = 6$	[0, 4]	[256.3, 313.2]	264.6

Abbildung 3: Abflußprognose zum Zeitpunkt $t = 35$ bis $t = 41$



Unter der Annahme, daß der künftige Niederschlag in bestimmten Intervallen gleichverteilt ist (siehe Tabelle 2), erhält man aus der Vorhersagedichte $p(y_{35+l}|y^{35})$ 95%-ige Überdeckungsintervalle für den künftigen Abfluß y_{35+l} (zur Approximation der Vorhersagedichte siehe [10], Kapitel 6).

Die letzte Spalte von Tabelle 2 stellt den tatsächlich beobachteten Abfluß diesen Prognoseintervallen gegenüber. Diese Ergebnisse sind in Abbildung 3 graphisch dargestellt.

5 Abschließende Bemerkungen

Die in dieser Arbeit beschrittene Vorgangsweise zur Analyse von Zeitreihen aus dem Umweltbereich erfordert und ermöglicht die Zusammenarbeit zwischen Substanzwissenschaftlern und Statistikern.

In der Phase der Modellformulierung können a-priori Vorstellungen der Substanzwissenschaftler über die Struktur des Prozesses, der zur Entstehung der Daten führte, in die Form des dynamischen stochastischen Modells einfließen. Weiters werden die Aussagen, die es zu beurteilen gilt, im allgemeinen von den Substanzwissenschaftlern formuliert und von ihnen häufig auch die Daten zur Verfügung gestellt. Die Aufgabe der Statistiker besteht in der Entwicklung von Algorithmen zur Berechnung der Momente der Filter-, Glättungs- und Vorhersagedichten bei gegebenem Modell und gegebenen Zeitreihen.

Danksagung

Das dynamische Niederschlag-Abfluß-Modell entstand während meiner Mitarbeit an einem Forschungsprojekt, das im Auftrag der Österreichischen Draukraftwerke am Institut für Hydraulik, Gewässerkunde und Wasserwirtschaft der TU-Wien unter der Leitung von Prof. Dieter Gutknecht durchgeführt wurde. Für diese jahrelange, fruchtbare Zusammenarbeit möchte ich Prof. Gutknecht meinen Dank aussprechen.

Die Algorithmen zur Approximation der Filter- und Vorhersagedichten wurden zum Teil am Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie der TU-Wien im Rahmen eines vom Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung finanzierten Forschungsprojekts (Projekt Nr. 7079) erarbeitet. Dem Vorstand dieses Instituts, Prof. Reinhard Viertl, möchte ich für seine großzügige Förderung meiner Arbeit danken.

Literatur

- [1] Akaike, H.: Canonical Correlation Analysis of Time Series and the Use of an Information Criterion. In: R.K. Mehra u. D.G. Lainiotis (Hrsg.), *Advances and Case Studies in System Identification*, 27-96. Academic Press, New York, 1976.
- [2] Beck, M.B.: Water Quality Modeling – A Review of the Analysis of Uncertainty. *Water Resources Research*, **23**, 1983, 8, 1393-1442.
- [3] Chiu, Ch. (Hrsg.): *Applications of Kalman-Filter to Hydrology, Hydraulics, and Water Resources*. Proceedings of AGU Chapman Conference. University of Pittsburgh, 1978.
- [4] Gutknecht, D.: *Methoden der hydrologischen Kurzfristvorhersage*. Wiener Mitteilungen "Wasser, Abwasser und Gewässer", **26**. Wien, 1978.
- [5] Harrison, P.J. u. C.F. Stevens: Bayesian Forecasting (with discussion). *J. R. Stat. Soc.*, **B**, **38**, 1976, 205-247.
- [6] Harvey, A.: *Forecasting, Structural Time Series Models, and the Kalman Filter*. Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
- [7] H. Löffler: *Umweltbericht - Luft 1988. Beiträge zum Umweltschutz*, **18**, Magistrat der Stadt Wien, MA 22. Wien, 1989.
- [8] Sharefkin, M.: Reflections of an Ignorant Bayesian. In: M.B. Beck u. G. van Straten (Hrsg.), *Uncertainty and Forecasting of Water Quality*, 373-379. Springer, Heidelberg, 1983.
- [9] Schnatter, S.: Bayesian Forecasting of Time Series using Gaussian Sum Approximations. In: J.M. Bernardo, M.H. DeGroot, D.V. Lindley u. A.F.M. Smith (Hrsg.), *Bayesian Statistics 3*, 757-764. Oxford, University Press, 1988.

- [10] Schnatter, S.: Dynamische Bayes'sche Modelle und ihre Anwendung zur hydrologischen Kurzfristvorhersage. Unveröffentlichte Dissertation an der Technischen Universität Wien. Wien, 1988.
- [11] Schweppe, F.C.: Model Identification Problems. In: Ch. Chiu (Hrsg.), *Applications of Kalman-Filter to Hydrology, Hydraulics and Water Resources*, 115-133. Proceedings of AGU Chapman Conference. University of Pittsburgh, 1978.